

CALORIMETRIA E DILATAÇÃO TÉRMICA

1. (Uel 2019) Leia o texto a seguir.

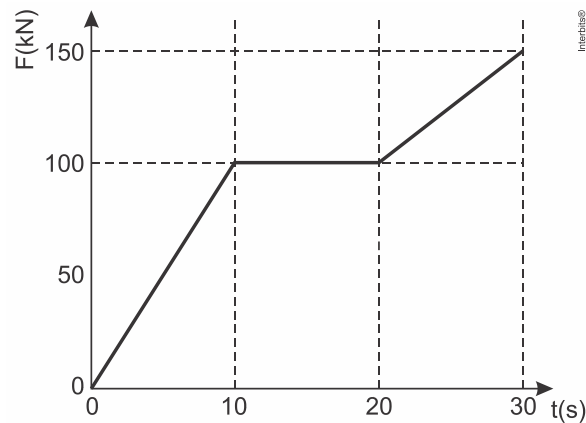
Arma ofensiva e poderosa, os chutes de bola parada foram um verdadeiro desafio defensivo na Copa da Rússia em 2018. De fato, todos os gols sofridos pelas seleções africanas na primeira fase vieram com bola parada: um no Egito e no Marrocos, dois na Nigéria e na Tunísia.
Adaptado de lance.com.br

Geralmente o chute de “bola parada” surpreende o adversário pela sua trajetória descrita e pela velocidade que a bola atinge. Considerando que uma bola de futebol tem massa de 400 g e, hipoteticamente, durante o seu movimento, a resistência do ar seja desprezível, é correto afirmar que a bola atinge

- a) 15 m/s devido à aplicação de um impulso resultante de $0,12 \times 10^2$ N/s.
- b) 40 m/s quando o jogador aplica uma força de $1,6 \times 10^2$ N durante um intervalo de tempo de 0,1 s.
- c) 60 m/s quando uma força de $1,2 \times 10^2$ N é aplicada durante um intervalo de tempo de 0,1 s.
- d) 90 km/h devido à aplicação de um impulso de $0,12 \times 10^2$ N/s.
- e) 108 km/h quando o jogador aplica uma força de $1,6 \times 10^2$ N durante um intervalo de tempo de 0,1 s.

2. (Ufrgs 2019) Impulso específico é uma medida da eficiência do uso do combustível por motores a jato para produzir o necessário impulso. Ele é calculado pela razão entre os módulos do impulso produzido pelo motor e do peso do combustível usado, P_c , isto é, I/P_c .

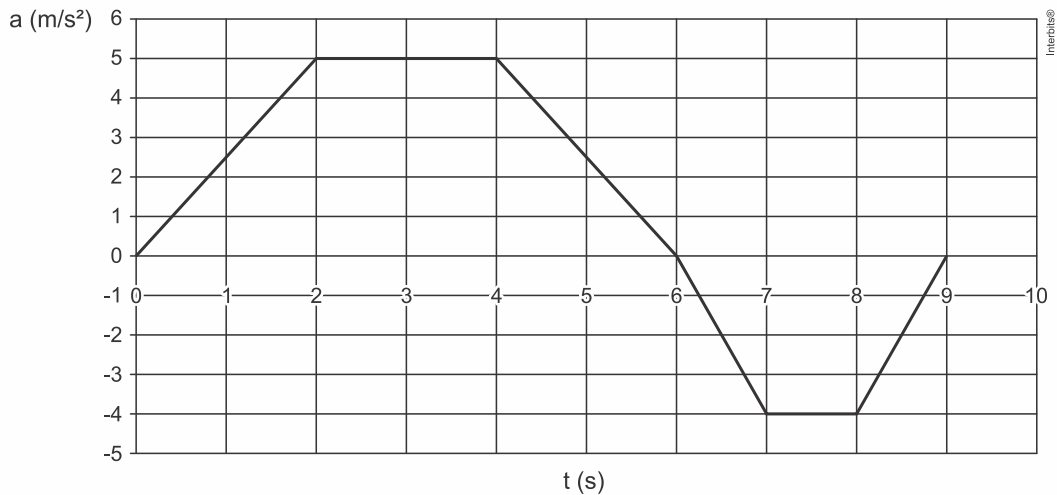
A figura abaixo representa a força produzida por um motor a jato durante 30 s.



Sabendo que o impulso específico do motor é de 2.000 s e considerando o módulo da aceleração da gravidade igual a 10 m/s^2 , a massa de combustível usado nesse intervalo de tempo foi de

- a) 13,75 kg.
- b) 137,5 kg.
- c) 275,0 kg.
- d) 1375 kg.
- e) 2750 kg.

3. (Ufsc 2018) Para testar o desempenho de um carrinho de brinquedo de massa $2,0 \text{ kg}$, uma fábrica realizou um ensaio com a finalidade de obter dados acerca das grandezas velocidade, aceleração etc., em uma trajetória retilínea. Para ajudar na análise, esboçou o gráfico da variação da aceleração, em m/s^2 , do carrinho em função do tempo, em segundos, conforme a figura abaixo. Considere a velocidade do carrinho de $4,0 \text{ m/s}$ no instante $t = 0 \text{ s}$.



Com base no exposto acima, é correto afirmar que:

- 01) o momento linear do carrinho em $t = 6,0 \text{ s}$ é de $48,0 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$.
- 02) a velocidade do carrinho em $t = 7,0 \text{ s}$ é de $26,0 \text{ m/s}$.
- 04) o trabalho realizado sobre o carrinho entre $t = 0 \text{ s}$ e $t = 9,0 \text{ s}$ é de $256,0 \text{ J}$.
- 08) a força média que atua no carrinho entre $t = 0 \text{ s}$ e $t = 9,0 \text{ s}$ é de $24/9 \text{ N}$.
- 16) a velocidade do carrinho é máxima em $t = 6,0 \text{ s}$.

4. (Insper 2019) Sobre uma pista retilínea, lisa e horizontal, dois móveis, A e B , de massas $m_A = 100 \text{ kg}$ e $m_B = 60 \text{ kg}$, são lançados em sentidos opostos, indo colidir frontalmente. O gráfico horário (1) mostra as posições que A e B ocupam sobre a pista até colidirem no instante $t = 4,0 \text{ s}$. O gráfico (2) mostra as posições ocupadas pelo móvel A após a colisão e cinco possíveis percursos para o móvel B .

Gráfico (1)

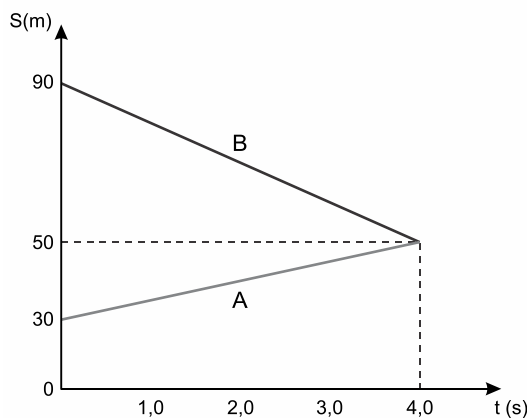
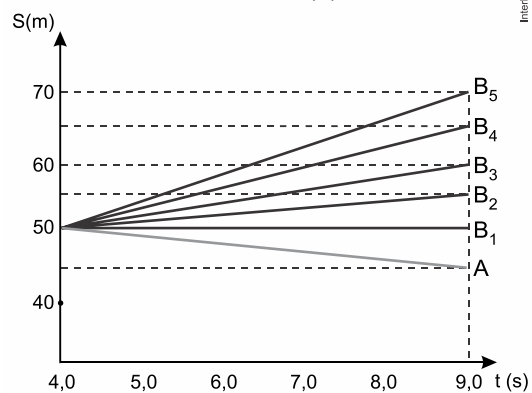


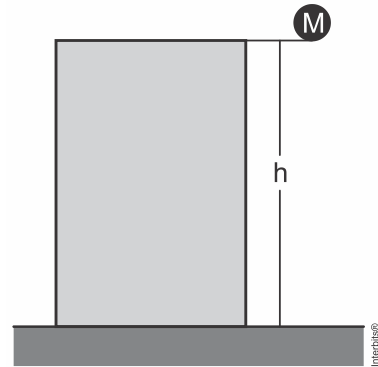
Gráfico (2)



O percurso correto é o

- a) B_2 .
- b) B_3 .
- c) B_1 .
- d) B_4 .
- e) B_5 .

5. (Ufrgs 2019) A esfera de massa M cai, de uma altura h , verticalmente ao solo, partindo do repouso. A resistência do ar é desprezível. A figura a seguir representa essa situação.



Sendo T o tempo de queda e g o módulo da aceleração da gravidade, o módulo da quantidade de movimento linear da esfera, quando atinge o solo, é

- Mh/T .
- Mgh/T .
- $Mg^2/(2T^2)$.
- MgT .
- MhT .

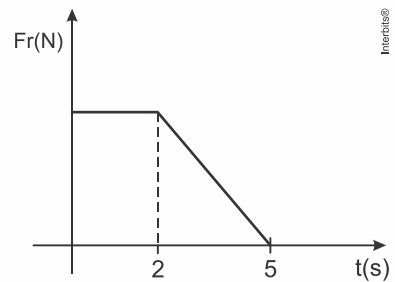
6. (G1 - ifce 2019) Uma partícula de massa $m_2 = 2 \text{ kg}$ está em movimento retilíneo sobre uma superfície sem atrito com velocidade constante $v = 1 \text{ m/s}$. Ao se fazer atuar sobre a partícula uma força constante de módulo $F = 2 \text{ N}$ na mesma direção e no mesmo sentido de seu movimento, durante um intervalo $\Delta t = 1 \text{ s}$, ela sofre uma aceleração constante. Ao final do intervalo de tempo $\Delta t = 1 \text{ s}$, a velocidade da partícula, em m/s , será (Despreze qualquer resistência do ar neste problema)

- 0.
- 1.
- 3.
- 4.
- 2.

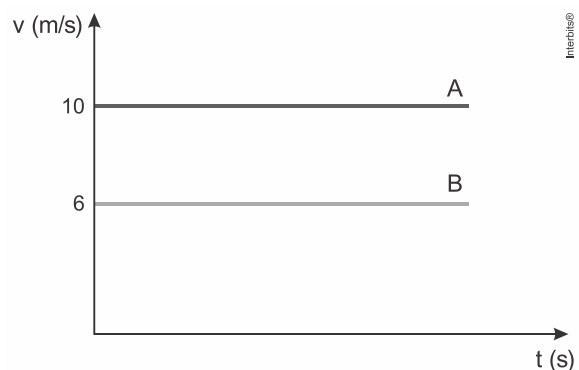
7. (Imed 2018) Um carro de 1.340 kg se locomove sobre uma pista de testes. O gráfico abaixo, de força resultante (Fr) \times tempo (t), analisa o seu desempenho. Utilizando deste, marque a alternativa que apresenta apenas a(s) proposição(-ções) CORRETA(S). (Desconsidere a perda de massa de combustível do automóvel durante a análise).

- A área deste gráfico nos informa o deslocamento do carro.
- A área nos informa o impulso, que é uma grandeza física escalar.
- Durante os dois primeiros segundos o carro está em MRU.
- Durante os cinco segundos, a velocidade do carro aumenta.

- Apenas a I.
- II e III.
- III e IV.
- Apenas a IV.
- Nenhuma das proposições está correta.



8. (Uerj 2019) Em uma mesa de sinuca, as bolas A e B , ambas com massa igual a 140 g , deslocam-se com velocidades V_A e V_B , na mesma direção e sentido. O gráfico abaixo representa essas velocidades ao longo do tempo.



Após uma colisão entre as bolas, a quantidade de movimento total, em $\text{kg} \cdot \text{m/s}$, é igual a:

- 0,56
- 0,84
- 1,60
- 2,24

Na questão a seguir, se necessário, use:

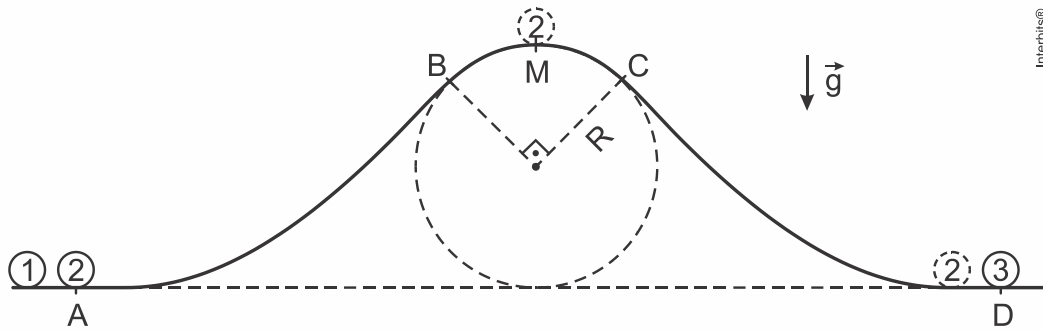
- aceleração da gravidade: $g = 10 \text{ m/s}^2$

9. (Epcar (Afa) 2020) A partícula 1, no ponto A, sofre uma colisão perfeitamente elástica e faz com que a partícula 2, inicialmente em repouso, percorra, sobre uma superfície, a trajetória $ABMCD$, conforme figura a seguir.

O trecho BMC é um arco de 90° de uma circunferência de raio $R = 1,0 \text{ m}$.

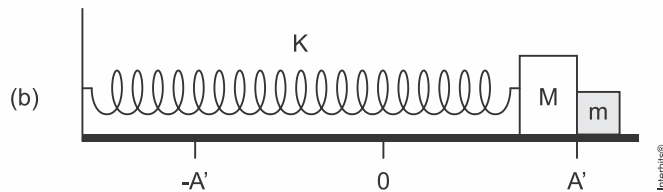
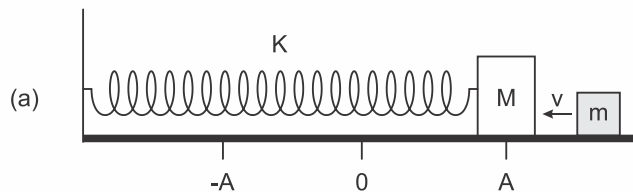
Ao passar sobre o ponto M, a partícula 2 está na iminência de perder o contato com a superfície. A energia mecânica perdida, devido ao atrito, pela partícula 2 ao longo do trecho ABM é exatamente igual à que ela perde no trecho MCD . No ponto D, a partícula 2 sofre outra colisão, perfeitamente elástica, com a partícula 3, que está em repouso. As partículas 1 e 3 possuem mesma massa, sendo a massa de cada uma delas o dobro da massa da partícula 2.

A velocidade da partícula 1, imediatamente antes da colisão no ponto A, era de $6,0 \text{ m/s}$. A aceleração da gravidade é constante e igual a g . Desprezando a resistência do ar, a velocidade da partícula 3, imediatamente após a colisão no ponto D, em m/s , será igual a



- a) 3,0
- b) 4,0
- c) 5,0
- d) 6,0

10. (Efomm 2019) Na figura (a) é apresentada uma mola de constante K , que tem presa em sua extremidade um bloco de massa M . Esse sistema oscila em uma superfície lisa sem atrito com amplitude A , e a mola se encontra relaxada no ponto 0. Em um certo instante, quando a massa M se encontra na posição A, um bloco de massa m e velocidade v se choca com ela, permanecendo grudadas (figura (b)). Determine a nova amplitude de oscilação A' do sistema massa-mola.



- a) $A' = \sqrt{\frac{m^2 v^2}{(m+M)K} + A^2}$
- b) $A' = \sqrt{\frac{mv^2}{K} + A^2}$
- c) $A' = \sqrt{\frac{(M+m)v^2}{K} + A^2}$
- d) $A' = \sqrt{\frac{M+m}{K}} v$
- e) $A' = A$

11. (Uel 2019) Na Copa do Mundo de 2018, observou-se que, para a maioria dos torcedores, um dos fatores que encantou foi o jogo bem jogado, ao passo que o desencanto ficou por conta de partidas com colisões violentas. Muitas dessas colisões travavam as jogadas e, não raramente, causavam lesões nos atletas. A charge a seguir ilustra a narração de um suposto jogo da Copa, feita por físicos:



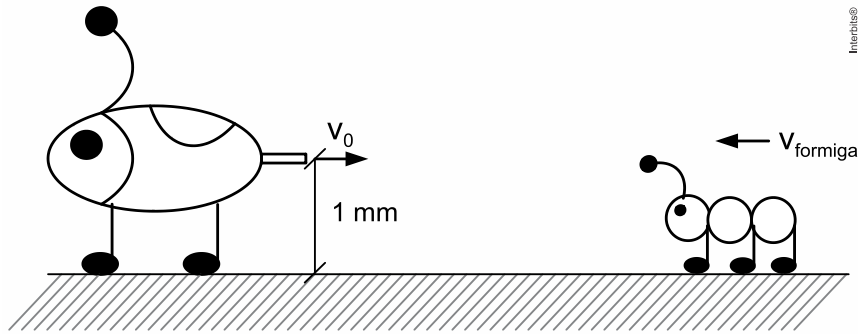
Com base na charge e nos conhecimentos sobre colisões e supondo que, em um jogo de futebol, os jogadores se comportam como um sistema de partículas ideais, é correto afirmar que, em uma colisão

- a) elástica, a energia cinética total final é menor que a energia cinética total inicial.
- b) elástica, a quantidade de movimento total final é menor que a quantidade de movimento total inicial.
- c) parcialmente inelástica, a energia cinética total final é menor que a energia cinética total inicial.
- d) perfeitamente inelástica, a quantidade de movimento total inicial é maior que a quantidade de movimento total final.
- e) parcialmente inelástica, a quantidade de movimento total final é menor que a quantidade de movimento total inicial.

12. (Efofm 2019) Duas pessoas – A e B – de massas m_A e m_B , estão sobre uma jangada de massa M , em um lago. Inicialmente, todos esses três elementos (jangada e pessoas) estão em repouso em relação à água. Suponha um plano coordenado XY paralelo à superfície do lago e considere que, em determinado momento, A e B passam a se deslocar com velocidades (em relação à água) de módulos V_A e V_B , nas direções, respectivamente, dos eixos perpendiculares x e y daquele plano coordenado. A velocidade relativa entre a pessoa A e a jangada tem módulo:

- a) $\frac{1}{M} \sqrt{(m_A V_A)^2 + (m_B V_B)^2}$
- b) $\frac{1}{M} \sqrt{(m_A + M)^2 V_A^2 + (m_B V_B)^2}$
- c) $\frac{1}{M + m_A} \sqrt{(m_A V_A)^2 + (m_B V_B)^2}$
- d) $\frac{1}{M + m_A} \sqrt{(m_A + M)^2 V_A^2 + (m_B V_B)^2}$
- e) $\frac{1}{M(m_A + m_B)} \sqrt{(m_A V_A)^2 + (m_B V_B)^2}$

13. (Ime 2019)



Alguns animais têm mecanismos de defesa muito curiosos. Os besouros-bombardeiros, por exemplo, são insetos que disparam jatos de uma substância superquente pelos seus traseiros quando se sentem ameaçados. Seus corpos são equipados com duas glândulas nas extremidades de seus abdomens e essas estruturas contêm diferentes substâncias químicas. Quando os insetos são provocados, essas substâncias são combinadas em uma câmara de reação e são produzidas explosões na forma de um intenso jato – aquecido de 20°C para 100°C pelo calor da reação – para afugentar suas presas. A pressão elevada permite que o composto seja lançado para fora com velocidade de 240 cm/s . Uma formiga se aproxima do besouro, pela retaguarda deste e em linha reta, a uma velocidade média de $0,20\text{ cm/s}$ e o besouro permanece parado com seu traseiro a uma distância de 1 mm do chão. Quando presente o inimigo, o besouro lança o jato em direção à formiga.

Determine:

- o calor latente da reação das substâncias, em J/kg ;
- o rendimento da máquina térmica, representada pelo besouro;
- a distância mínima, em cm , entre os insetos, para que o jato do besouro atinja a formiga; e
- a velocidade, em cm/s , que a formiga adquire ao ser atingida pelo jato do besouro (assumindo que todo o líquido fique impregnado na formiga).

Dados:

- calores específicos das substâncias e do líquido borrifado: $c = 4,19 \times 10^3\text{ J/kg} \cdot \text{K}$;
- massa da formiga: $m_{\text{formiga}} = 6,0\text{ mg}$;
- massa do besouro: $m_{\text{besouro}} = 290\text{ mg}$;
- massa do jato: $m_{\text{jato}} = 0,30\text{ mg}$;
- velocidade média da formiga: $v_{\text{formiga}} = 0,20\text{ cm/s}$; e
- aceleração da gravidade: $g = 10\text{ m/s}^2$.

GABARITO

1. B

Do Teorema do Impulso, temos que:

$$I = \Delta Q$$

Mas como a bola sai do repouso, a quantidade de movimento inicial é nula, então:

$$I = m \cdot v$$

Assim, testamos as alternativas [A] e [D], calculando as velocidades obtidas através dos impulsos informados:

$$v = \frac{I}{m}$$

[A] e [D] **Falsas.** $v = \frac{I}{m} = \frac{0,12 \times 10^2 \text{ N/s}}{0,4 \text{ kg}} \therefore v = 30 \text{ m/s} = 108 \text{ km/h}$

As outras alternativas testadas, usando a expressão do impulso:

$$I = m \cdot v \Rightarrow F \cdot \Delta t = m \cdot v \therefore v = \frac{F \cdot \Delta t}{m}$$

[B] **Verdadeira.** $v = \frac{F \cdot \Delta t}{m} = \frac{1,6 \times 10^2 \text{ N} \cdot 0,1 \text{ s}}{0,4 \text{ kg}} \therefore v = 40 \text{ m/s} = 144 \text{ km/h}$

[E] **Falsa.** Os dados são idênticos aos da alternativa [B] com velocidade diferente.

[C] **Falsa.** $v = \frac{F \cdot \Delta t}{m} = \frac{1,2 \times 10^2 \text{ N} \cdot 0,1 \text{ s}}{0,4 \text{ kg}} \therefore v = 30 \text{ m/s} = 108 \text{ km/h}$

2. B

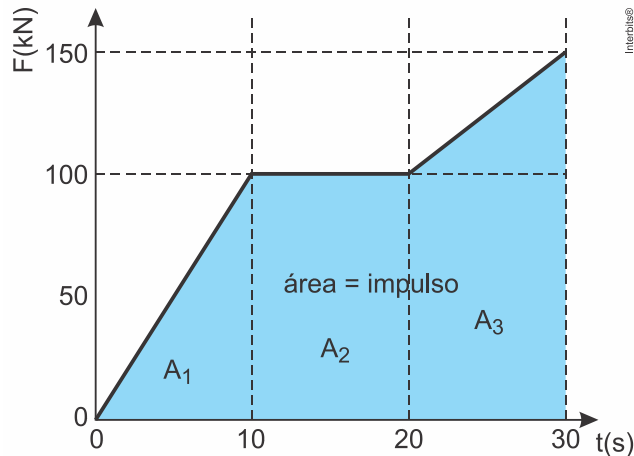
O impulso específico (I_e) é dado por:

$$I_e = \frac{I}{mg}$$

Para determinar a massa, temos:

$$m = \frac{I}{I_e g}$$

O impulso (I) é determinado pela área debaixo da curva dada.



$$I = A_1 + A_2 + A_3$$

$$A_1 = \frac{10 \cdot 100}{2} \therefore A_1 = 500 \text{ kN} \cdot \text{s}$$

$$A_2 = 10 \cdot 100 \therefore A_2 = 1000 \text{ kN} \cdot \text{s}$$

$$A_3 = \frac{(150 + 100) \cdot 10}{2} \therefore A_3 = 1250 \text{ kN} \cdot \text{s}$$

$$I = 500 + 1000 + 1250 \therefore I = 2750 \text{ kN} \cdot \text{s} = 2750 \cdot 10^3 \text{ N} \cdot \text{s}$$

Assim, a massa de combustível usado neste intervalo foi de:

$$m = \frac{I}{I_e g} = \frac{2750 \cdot 10^3 \text{ N} \cdot \text{s}}{2000 \text{ s} \cdot 10 \text{ m/s}^2} \therefore m = 137,5 \text{ kg}$$

3. $01 + 08 + 16 = 25$.

[01] **Correta.** No gráfico da aceleração escalar em função do tempo, a variação da velocidade escalar é dada pela "área" entre a linha do gráfico e o eixo do tempo. Assim pode-se calcular a velocidade no instante $t = 6$ s.

$$\Delta v = v_6 - v_0 = \frac{6+2}{2} \times 5 \Rightarrow v_6 - 4 = 20 \Rightarrow v_6 = 24 \text{ m/s.}$$

Calculando o momento linear (quantidade de movimento)

$$Q = mv = 2 \times 24 \Rightarrow Q = 48 \text{ kg} \cdot \text{m/s.}$$

[02] **Incorreta.** Usando a mesma propriedade da "área":

$$v_7 - 24 = \frac{1(-4)}{2} \Rightarrow v_7 = 22 \text{ m/s.}$$

[04] **Incorreta.** Usando novamente a propriedade da área:

$$v_9 - v_6 = \frac{3+1}{2} (-4) \Rightarrow v_9 = -8 + 24 \Rightarrow v_9 = 16 \text{ m/s.}$$

Aplicando o teorema da energia cinética:

$$W_{res} = E_{c9} - E_{c0} = \frac{m}{2}(v_9^2 - v_0^2) = \frac{2}{2}(16^2 - 4^2) \Rightarrow W_{res} = 240 \text{ J.}$$

[08] **Correta.** Pelo teorema do impulso:

$$F_m \Delta t = m \Delta v \Rightarrow F_m = \frac{m(v_9 - v_0)}{\Delta t} = \frac{2(16 - 4)}{9} \Rightarrow F_m = \frac{24}{9} \text{ N.}$$

[16] **Correta.** a velocidade do carrinho é máxima em $t = 6,0$ s, pois até esse instante o movimento é acelerado. A partir daí a aceleração torna-se negativa, de sinal oposto ao da velocidade e o movimento passa a ser retardado.

4. C

Velocidades iniciais de A e B:

$$V_{0A} = \frac{(50 - 30) \text{ m}}{4 \text{ s}} = 5 \text{ m/s} \text{ e } V_{0B} = \frac{(50 - 90) \text{ m}}{4 \text{ s}} = -10 \text{ m/s}$$

Velocidade final de A:

$$V_A = \frac{(45 - 50) \text{ m}}{9 \text{ s} - 4 \text{ s}} = -1 \text{ m/s}$$

Por conservação da quantidade de movimento, temos:

$$\begin{aligned} m_A V_{0A} + m_B V_{0B} &= m_A V_A + m_B V_B \Rightarrow 100 \cdot 5 + 60 \cdot (-10) = 100 \cdot (-1) + 60 V_B \Rightarrow \\ 500 - 600 &= -100 + 60 V_B \Rightarrow -100 = -100 + 60 V_B \Rightarrow 0 = 60 V_B \\ \therefore V_B &= 0 \end{aligned}$$

Logo, o móvel B fica parado após a colisão, sendo o seu percurso melhor representado por B.

5. D

A velocidade quando a esfera atinge o solo é:

$$v = v_0 + gT$$

Como o objeto foi abandonado, fica:

$$v_0 = 0$$

$$v = gT$$

A quantidade de movimento linear da esfera no solo é o produto da massa pela velocidade, então:

$$Q = Mv \therefore Q = MgT$$

6. E

Sendo a força aplicada a resultante, aplicando o teorema do impulso:

$$F \Delta t = m(v' - v) \Rightarrow 2(1) = 2(v' - 1) \Rightarrow v' = 2 \text{ m/s.}$$

Aplicando o princípio fundamental e a função horária da velocidade para o MUV:

$$F = ma \Rightarrow 2 = 2a \Rightarrow a = 1 \text{ m/s}^2.$$

$$v' = v + at \Rightarrow v' = 1 + 1(1) \Rightarrow v' = 2 \text{ m/s.}$$

7. E

Gabarito Oficial: [D]

Gabarito SuperPro®: [E]

Observação: o enunciado não especifica se a pista é retilínea ou curvilínea; também nada afirma sobre a direção da força resultante com relação à velocidade, impossibilitando uma conclusão taxativa sobre a proposição [IV], dada como correta no gabarito oficial.

Para a que a resposta fosse a do gabarito oficial, o enunciado deveria especificar que o veículo desloca-se em pista retilínea e que a resultante está aplicada no mesmo sentido da velocidade.

[I] **Incorreta.** O deslocamento escalar é determinado no gráfico da velocidade escalar em função do tempo.

[II] **Incorreta.** A área nos informa a intensidade do impulso, que é uma grandeza física **vetorial**.

[III] **Incorreta.** Durante os dois primeiros segundos o carro está em **MRUV**, se a trajetória é retilínea ou pode estar em **MCU**, se a trajetória é circular.

[IV] **Incorreta.** Se a trajetória é retilínea, a resultante é tangencial, aplicada na mesma direção da velocidade. Se é no mesmo sentido, o módulo da velocidade sempre aumenta; se é em sentido oposto, o módulo da velocidade sempre diminui, supondo que o carro não pare.

Porém, se a trajetória é circular, para $(0 < t < 2)$ s, se a direção da resultante é perpendicular à da velocidade, essa resultante é centrípeta e é constante nesse intervalo. Então, de acordo com a expressão da resultante centrípeta, a velocidade tem módulo também constante.

Para $(2 < t < 5)$ s, a velocidade diminui, pois, a resultante diminui. Nesse caso, a resultante terá suas duas componentes, tangencial, oposta ao movimento, e centrípeta, perpendicular à velocidade. Então o carro para em $t = 5$ s, pois a resultante se anula, anulando as duas componentes.

8. D

$$Q_{\text{início}} = m_A v_A + m_B v_B = 0,14(10 + 6) \Rightarrow Q_{\text{início}} = 2,24 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

Com a conservação da quantidade de movimento, devemos ter que:

$$Q_{\text{fim}} = Q_{\text{início}} = 2,24 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

9. B

Velocidade da partícula 2 imediatamente após a colisão perfeitamente elástica em A:

$$2m \cdot 6 = 2mv_1 + mv_A \Rightarrow 12 = 2v_1 + v_A \quad (I)$$

$$\frac{2m \cdot 6^2}{2} = \frac{2mv_1^2}{2} + \frac{mv_A^2}{2} \Rightarrow 72 = 2v_1^2 + v_A^2 \quad (II)$$

Resolvendo para (I) e (II), chegamos a:

$$v_A = 8 \text{ m/s}$$

Velocidade da partícula 2 em M:

$$mg - N = \frac{mv_M^2}{R} \Rightarrow m \cdot 10 - 0 = \frac{mv_M^2}{1} \Rightarrow v_M = \sqrt{10} \text{ m/s}$$

Perda de energia no trecho ABM:

$$\Delta E = \frac{mv_A^2}{2} - \left(\frac{mv_M^2}{2} + mg \cdot 2R \right) = \frac{m \cdot 8^2}{2} - \frac{m \cdot 10}{2} - m \cdot 10 \cdot 2 = 7m$$

Logo, a velocidade da partícula 2 imediatamente antes da colisão em D será:

$$\frac{mv_M^2}{2} + mg \cdot 2R - \Delta E = \frac{mv_D^2}{2} \Rightarrow m \left(\frac{10}{2} + 10 \cdot 2 - 7 \right) = \frac{mv_D^2}{2} \Rightarrow v_D = 6 \text{ m/s}$$

Como a colisão com a partícula 3 também é perfeitamente elástica, devemos ter:

$$m \cdot 6 = mv_2 + 2mv_3 \Rightarrow 6 = v_2 + 2v_3 \quad (III)$$

$$\frac{m \cdot 6^2}{2} = \frac{mv_2^2}{2} + \frac{2mv_3^2}{2} \Rightarrow 36 = v_2^2 + 2v_3^2 \quad (IV)$$

Resolvendo para (III) e (IV), chegamos a:

$$v_3 = 4 \text{ m/s}$$

10. A

Cálculo da velocidade com a qual o sistema inicia o movimento após o choque:

$$Q_{\text{inicial}} = Q_{\text{final}} \Rightarrow mv = (m + M)v' \Rightarrow v' = \frac{mv}{m + M}$$

Por conservação de energia, teremos:

$$E_{c_{\text{inicial}}} + E_{p_{\text{inicial}}} = E_{p_{\text{final}}} \Rightarrow \frac{(m + M)v'^2}{2} + \frac{kA^2}{2} = \frac{kA'^2}{2} \Rightarrow (m + M) \cdot \frac{m^2 v^2}{(m + M)^2} + kA^2 = kA'^2 \Rightarrow$$

$$\frac{m^2 v^2}{m + M} + kA^2 = kA'^2 \Rightarrow \therefore A' = \sqrt{\frac{m^2 v^2}{(m + M)k} + A^2}$$

11. C

Nas colisões **elásticas**, os móveis após o choque conservam suas energias cinéticas e também suas quantidades de movimento, portanto as alternativas [A] e [B] estão erradas. As colisões **perfeitamente inelásticas** ocorrem com conservação da quantidade de movimento e perda máxima da energia cinética dos móveis, sendo que, após a colisão, os mesmos seguem unidos como se fossem um corpo único, com a mesma velocidade final, assim a alternativa [D] está equivocada. Para as colisões **parcialmente inelásticas**, as energias cinéticas totais finais após o choque são menores que as iniciais, com a conservação da quantidade de movimento. Assim, descartamos a alternativa [E], sendo a alternativa correta [C].

12. B

Centro de massa entre A e B (supondo inicialmente na origem):

$$\text{Em } x: \quad x_{AB} = \frac{m_A \cdot (V_A \Delta t) + m_B \cdot 0}{m_A + m_B} = \frac{m_A V_A \Delta t}{m_A + m_B}$$

$$\text{Em } y: \quad y_{AB} = \frac{m_A \cdot 0 + m_B \cdot (V_B \Delta t)}{m_A + m_B} = \frac{m_B V_B \Delta t}{m_A + m_B}$$

Centro de massa (x, y) da jangada (supondo inicialmente na origem, deve permanecer nesta):

$$\text{Em } x: \quad \frac{Mx + (m_A + m_B)x_{AB}}{M + m_A + m_B} = \frac{Mx + (m_A + m_B) \cdot \frac{m_A V_A \Delta t}{m_A + m_B}}{M + m_A + m_B} = 0 \Rightarrow x = -\frac{m_A V_A \Delta t}{M}$$

$$\text{Em } y: \quad \frac{My + (m_A + m_B)y_{AB}}{M + m_A + m_B} = \frac{My + (m_A + m_B) \cdot \frac{m_B V_B \Delta t}{m_A + m_B}}{M + m_A + m_B} = 0 \Rightarrow y = -\frac{m_B V_B \Delta t}{M}$$

Componentes da velocidade da jangada:

$$V_{jx} = \frac{x}{\Delta t} \Rightarrow V_{jx} = -\frac{m_A V_A}{M}$$

$$V_{jy} = \frac{y}{\Delta t} \Rightarrow V_{jy} = -\frac{m_B V_B}{M}$$

Componentes da velocidade de A: $\begin{cases} V_{Ax} = V_A \\ V_{Ay} = 0 \end{cases}$

Componentes da resultante entre as velocidades da jangada e da pessoa A:

$$V_x = V_{Ax} - V_{jx} = V_A + \frac{m_A V_A}{M} = V_A \left(\frac{M + m_A}{M} \right) \Rightarrow V_y = V_{Ay} - V_{jy} = 0 + \frac{m_B V_B}{M} = \frac{m_B V_B}{M}$$

Portanto, o módulo da velocidade relativa entre a jangada e a pessoa A é de:

$$V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2} = \sqrt{V_A^2 \left(\frac{M + m_A}{M} \right)^2 + \left(\frac{m_B V_B}{M} \right)^2} \Rightarrow \therefore V = \frac{1}{M} \sqrt{(m_A + M)^2 V_A^2 + (m_B V_B)^2}$$

13. a) A energia na câmara de reação é utilizada para aquecer e lançar a substância. Portanto:

$$Q_{\text{reação}} = Q_{\text{aquecimento}} + E_c \Rightarrow mL = mc\Delta\theta + \frac{mv^2}{2}$$

$$L = 4,19 \cdot 10^3 \cdot (100 - 20) + \frac{2,4^2}{2} \Rightarrow \therefore L \cong 3,35 \cdot 10^5 \text{ J / kg}$$

b) O rendimento é dado por:

$$\eta = \frac{E_c}{Q_{\text{reação}}} = \frac{mv^2/2}{mL} = \frac{2,4^2}{2 \cdot 3,35 \cdot 10^5} \cong 0,86 \cdot 10^{-5}$$

$$\therefore \eta \cong 8,6 \cdot 10^{-4}\%$$

c) Tempo de queda da substância:

$$\Delta t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 10^{-3}}{10}} \Rightarrow \Delta t = \sqrt{2} \cdot 10^{-2} \text{ s}$$

Distância mínima entre os insetos:

$$d = v_{\text{relativa}} \cdot \Delta t = (240 + 0,2) \cdot \sqrt{2} \cdot 10^{-2} = 240,2\sqrt{2} \cdot 10^{-2} \Rightarrow \therefore d \cong 3,40 \text{ cm}$$

d) Por conservação da quantidade de movimento:

$$m_{\text{subs}} \cdot v_{\text{subs}} - m_{\text{form}} \cdot v_{\text{form}} = (m_{\text{subs}} + m_{\text{form}}) \cdot v_f \Rightarrow$$

$$0,3 \cdot 240 - 6 \cdot 0,2 = (6 + 0,3) \cdot v_f \Rightarrow \therefore v_f = 11,24 \text{ cm/s}$$